

Diseño de columnas de hormigón armado en zonas sísmicas

Sesimic design of reinforced concrete columns

Pablo Caiza Sánchez*, Diego Cevallos**

*Docente - Investigador

Universidad de las Fuerzas Armadas - ESPE

pecaiza1@espe.edu.ec

** Ayudante de Investigación

Universidad de las Fuerzas Armadas - ESPE

dfcevallos5@espe.edu.ec

ABSTRACT

The design process for reinforced concrete columns in seismic zones is summarized in a 5-step methodology. In addition to the traditional predesign, other procedures and controls are presented such as those for drift, second-order effects, combined axial-flexure stresses, and finally, the capacity design of the transverse reinforcement.

Keywords: reinforced concrete columns, seismic zones, drift, second-order effects, capacity design.

RESUMEN

El proceso de diseño de columnas de hormigón armado en zonas sísmicas se resume en una metodología de 5 pasos. Junto al prediseño tradicional, se realizan controles tal como el de deriva, se incluyen los efectos de segundo orden, se realiza el análisis de carga axial y momentos combinados, y finalmente, el diseño por capacidad de la armadura transversal

Palabras clave: columnas de hormigón armado, zonas sísmicas, deriva, efectos de segundo orden, diseño por capacidad.

Recibido: Mayo de 2015

Aceptado: Agosto de 2015

1. Introducción

Un elemento estructural, tal como una columna, se diseña usualmente para que falle de manera gradual. Este criterio reconoce que un elemento estructural es capaz de resistir cargas de forma segura más allá del rango elástico, siempre y cuando haya una ductilidad mínima.

Adicionalmente, el uso de computadores, hardware y software, permite cambiar el diseño de cada columna como elemento independiente, separado del resto, por el análisis del efecto de este elemento estructural en el comportamiento de la estructura en su conjunto y viceversa [8]. En este sentido los modelos estructurales tridimensionales son esenciales [10]. En zonas sísmicas, por ejemplo, se recomienda usar el criterio columna fuerte – viga débil [4],[5], que implica que el daño ante cargas que esfuerzan a la estructura más allá del rango elástico debe ocurrir principalmente en las vigas. Se reconoce así la importancia de evitar que las columnas fallen inicialmente, porque podría ocurrir un colapso rápido de la estructura.

El Ecuador es una zona de alto peligro sísmico, por lo que es seguro que, tarde o temprano, nuestras estructuras sufrirán sismos que producirán mucho daño. La labor del ingeniero civil es controlar ese daño.

2. Materiales y métodos

En este artículo se presenta una metodología que usa el tradicional método de fuerzas elástico, junto con una serie de controles indirectos de daño, para el diseño de columnas en zonas sísmicas.

Esta metodología tiene cinco pasos:

- 1) Prediseño de la columna
- 2) Análisis 3D y control de la deriva
- 3) Efectos $P-\Delta$ (global) y $P-\delta$ (local)
- 4) Diseño armadura longitudinal por flexo-compresión
- 5) Diseño armadura transversal por capacidad

3. Resultados y discusión

3.1 Dimensiones del hormigón en la columna

A partir de un análisis elástico por ejes de columna, usando cargas verticales obtenidas de las áreas cooperantes de la columna, se determina la combinación de cargas que produce la mayor carga de compresión P_u . Bajo el criterio de que la carga axial última debe ser mayorada por lo

menos un 30% para tomar en cuenta la combinación carga axial-momento se tiene:

$$1.3P_u = \alpha\phi[0.85f'_c(A_g - A_{st}c) + A_{st}f_y] \quad (1)$$

Donde P_u es carga axial última; α factor para tomar en cuenta excentricidades accidentales de la carga axial, igual a 0.85 en el caso de zunchos, y 0.80 en el de estribos; ϕ factor de reducción de la resistencia, igual a 0.9 si $\varepsilon_t \geq 0.005$, 0.65 si se usan estribos, ó 0.75 si zunchos, cuando $\varepsilon_t \leq 0.002$, y se interpola para valores intermedios de ε_t (deformación a nivel del centroide de las varillas traccionadas) [2]; f'_c es el esfuerzo característico del hormigón; A_g es el área gruesa de hormigón; A_{st} es el área de acero longitudinal; f_y es el esfuerzo de fluencia del acero.

Usando $f'_c/f_y = 210/4200$ kgf/cm², estribos, y una cuantía de acero del 1%, calculada usando la sección gruesa de la columna, se obtiene:

$$A_g \approx 12P_u \quad (2)$$

Donde A_g es área gruesa, en cm²; P_u es carga axial última, en tonf.

3.2 Cantidad de acero longitudinal

Se usa la cuantía mínima gruesa $\rho_{g\text{ mín}}$ recomendada por el ACI 318-14 [2],[5]:

$$\rho_{g\text{ mín}} = 0.01 \quad (3)$$

3.3 Cantidad A_{sh} y espaciamiento s del acero transversal

Se usan las siguientes ecuaciones [2]

$$A_{sh} \geq \left[A_{sh1} = 0.3 * s * b_c * \frac{f'_c}{f_{yt}} \left[\left(\frac{A_g}{A_{ch}} \right) - 1 \right]; A_{sh2} \right. \\ \left. = 0.09 * s * b_c * \frac{f'_c}{f_{yt}} \right] \quad (4)$$

Donde b_c es el lado del núcleo confinado perpendicular al área de estribos calculada; f'_c es el esfuerzo característico del hormigón; f_{yt} es el esfuerzo de fluencia de los estribos; A_g es el área gruesa; A_{ch} es el área del núcleo confinado.

Para el espaciamiento s [2]:

$$\begin{aligned}
& \leq \left[\frac{b_{col}}{4}; 6 * d_{long}; s_0 \right] \\
& = 100 + \left(\frac{350 - h_x}{3} \right); 150 \quad (5)
\end{aligned}$$

Donde b_{col} es la menor dimensión de la sección de columna; d_{long} es menor diámetro de las varillas longitudinales; h_x es la distancia centro a centro de los estribos.

3.4 Análisis 3D y control de la deriva

Se necesita un modelo 3D, que, en cuanto a las cargas, incluya junto a las verticales las de sismo [3]. Éstas últimas se obtienen de, por ejemplo, el método estático equivalente según la Norma Ecuatoriana de la Construcción NEC-15 [4]. Aquí se repite, por su importancia, el cálculo del corte basal, V_{basal} :

$$V_{basal} = \frac{I * S_a}{R * \phi_p * \phi_E} W_R \quad (6)$$

Donde I es la importancia de la estructura; S_a es la aceleración espectral; R es un factor de reducción de la respuesta elástica; ϕ_p es un factor por irregularidades en planta; ϕ_E es un factor por irregularidades en elevación, W_R es la carga reactiva.

De los resultados, interesan los desplazamientos horizontales por carga sísmica, pues son los que se usan para el control de la deriva. En primer lugar, es necesario calcular los desplazamientos “reales” o inelásticos $\Delta_{inelástico}$ a partir de los desplazamientos elásticos horizontales $\Delta_{elástico}$ [4]:

$$\Delta_{inelástico} = 0.75 * R * \Delta_{elástico} \quad (7)$$

Luego

$$\delta = \frac{\Delta_{inelástico2} - \Delta_{inelástico1}}{H} \quad (8)$$

Donde δ es la deriva; $\Delta_{inelástico2}$ es el desplazamiento inelástico en el nivel superior; $\Delta_{inelástico1}$ es el desplazamiento inelástico en el nivel inferior; H es la distancia entre los niveles superior e inferior.

Finalmente, la deriva debe cumplir [4]:

$$\delta \leq 0.02 \quad (9)$$

Las secciones de hormigón, en columnas principalmente, se aumentan hasta que se cumpla la última ecuación.

En este punto, se controla también que los dos primeros modos de vibración de la estructura sean fundamentalmente por desplazamientos horizontales, y sólo el tercero por torsión en planta [1].

3.5 Efectos P-Δ (global) y P-δ (local)

Estos efectos básicamente aumentan los momentos de cada combinación última de cargas. El efecto P-Δ (global) se refiere a momentos adicionales debidos a deformaciones de la estructura en su conjunto, como por ejemplo los debidos a los movimientos de las losas como cuerpos rígidos. Si bien la NEC-15 tiene algunas ecuaciones para considerarlo de manera aproximada, se recomienda hacerlo en una forma analítica directa. Por ejemplo, a través de la inclusión en el análisis de la matriz de rigidez geométrica, es decir, de una matriz que depende de los giros y desplazamientos en los extremos del elemento estructural, junto con las cargas axiales a las que está sometido, para determinar rigideces adicionales [1]:

$$\begin{bmatrix} F_i \\ M_i \\ F_j \\ M_j \end{bmatrix} = \frac{T}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \phi_i \\ v_j \\ \phi_j \end{bmatrix} \quad (10)$$

Donde F_i , M_i , F_j , M_j , son fuerza y momentos en los extremos inicial y final; T es la carga axial; L es longitud; v_i , ϕ_i , v_j , ϕ_j son desplazamiento perpendicular al eje y giro, en los extremos inicial y final del elemento estructural.

El efecto P-δ (local) vuelve a mayorar los momentos últimos, que incluyen ya el efecto P-Δ, de la siguiente manera [2]:

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 * P_c}} \geq 1.0 \quad (11)$$

Donde δ_{ns} es el factor de mayoración por efecto P-δ (local); C_m es el factor que toma en cuenta la curvatura del elemento estructural; P_u es la carga axial última; P_c es la carga crítica de pandeo .

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_a}{M_b} \geq 0.4; |M_b| > |M_a| \quad (12)$$

Donde M_a y M_b son momentos en los extremos de la columna y, si la curvatura es simple $\frac{M_a}{M_b}$ es positivo; si la curvatura es doble $\frac{M_a}{M_b}$ es negativo [2].

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl)^2} \quad (13)$$

Donde k se toma igual a 1; l es la longitud de la columna, y EI es la rigidez a flexión de la sección agrietada de la columna [2]:

$$EI = \frac{0.4 * E_c * I_g}{1 + \beta_{ns}} \quad (14)$$

Donde E_c es el módulo elástico del hormigón; I_g es la inercia gruesa; β_{ns} es el factor que relaciona cargas sostenidas y máximas [2].

$$\beta_{ns} = \frac{\text{máxima carga axial sostenida mayorada}}{\text{máxima carga axial mayorada de la misma combinación}} \quad (15)$$

3.6 Diseño por flexo-compresión

3.6.1 Determinación de la combinación crítica

Para cada combinación, y tanto en cabeza como en pie de columna, se calcula el esfuerzo crítico que existe usando la siguiente ecuación

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{P_u}{A} + \frac{M_{ux}}{I_x} \frac{h_y}{2} + \frac{M_{uy}}{I_y} \frac{h_x}{2} \quad (16)$$

Donde P_u es carga axial última; A es el área de la sección; M_{ux} es el momento último alrededor del eje x; I_x es la inercia alrededor del eje x; h_y es la dimensión de la sección de la columna paralela al eje y; M_{uy} es el momento último alrededor del eje y; I_y es la inercia alrededor del eje y; h_x es la dimensión de la sección de la columna paralela al eje x.

Obsérvese con cuidado la definición de cada término porque la notación con subíndices x e y muchas veces produce confusión.

Las combinaciones críticas son las que producen los máximos positivo y negativo.

Los valores de P_u , M_{ux} y M_{uy} de las dos combinaciones críticas se usan para comprobar la ubicación dentro de las curvas de interacción momento-carga axial. Un método aproximado es el de Bresler [6] que se esquematiza a continuación.

$$\frac{1}{P'_u} = \frac{1}{P'_{x0}} + \frac{1}{P'_{y0}} - \frac{1}{P'_0} \quad (17)$$

Si se conocen las dimensiones y el armado de la columna, y los momentos alrededor del eje de las x y el de las y, se calculan las cargas resistentes P'_{x0} y P'_{y0} para flexión uniaxial respecto a los ejes x e y respectivamente, y la carga resistente P'_0 para carga axial. Luego, se puede despejar P'_u , la carga axial resistente biaxial. La carga última se obtiene de $P_u = \phi P'_u$.

3.7 Diseño armadura transversal por capacidad

La armadura transversal se diseña para la siguiente ecuación [2]:

$$V_u \leq \phi(V_c + V_s) \quad (18)$$

Donde V_u es el cortante último actuante; ϕ es el factor de reducción de resistencia; V_c es el cortante resistido por el hormigón; V_s es el cortante resistido por el acero.

De los parámetros anteriores el único que se conoce en este momento es $\phi = 0.6$, que es un valor para zonas sísmicas [2].

3.7.1 Cortante último

Para el cortante último actuante se consideran las cargas debidas a los dos mecanismos de colapso que se indican a continuación [1]:

- Rótulas en columnas
- Rótulas en vigas

Rótulas en columnas

El mecanismo de colapso es el que se esquematiza en la Figura 1 a continuación:

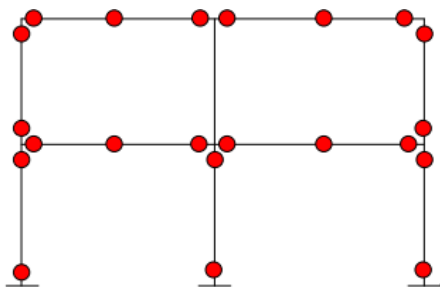


Figura 1: rótulas en la columna

Se observa en la Figura 1, que un primer mecanismo es el de formación de rótulas plásticas en pie y cabeza de columna. Entonces, un primer cortante

último V_{uA} se calcula tomando en cuenta los momentos en cabeza y pie de columna cuando el hormigón se aplasta después de que el acero fluye. Es decir:

$$V_{uA} = \frac{M_c + M_p}{L} \quad (19)$$

Donde M_c es el momento en cabeza de columna; M_p es el momento en pie de columna; L es la altura libre de la columna

Los momentos en cabeza y pie de columna se determinan de diagramas carga axial – momento uniaxial, considerando la máxima carga axial última.

Rótulas en vigas

El mecanismo de colapso es el que se esquematiza en la Figura 2 a continuación:

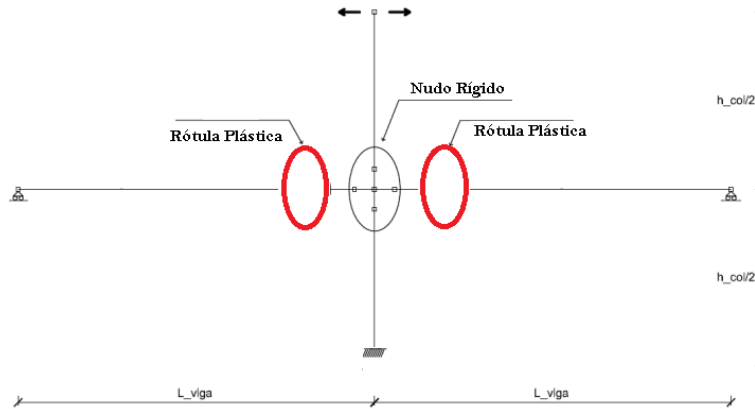


Figura 2: rótulas en las vigas adyacentes a la columna

En la Figura 2 se observa que el cortante último V_{uB} se calcula tomando en cuenta la formación de rótulas plásticas en las vigas adyacentes a la columna. Es decir:

$$V_{uB} = \frac{M_{inf} + M_{sup}}{H} \quad (20)$$

Donde M_{inf} es el momento debido a la fluencia del acero inferior; M_{sup} es el momento debido a la fluencia del acero superior; H es la altura promedio del piso sobre y bajo las vigas.

La ecuación para calcular M_{inf} ó M_{sup} es la siguiente [7]:

$$M = A_s * 1.25 * f_y * \left(d - \frac{A_s * 1.25 * f_y}{2 * 0.85 * f'_c * b} \right) \quad (21)$$

Donde M es el momento que se calcula, A_s es el área de acero superior o inferior; f_y es el esfuerzo de fluencia del acero; d es la altura efectiva de la viga; f'_c es el esfuerzo característico del hormigón; b es el ancho de la viga.

Finalmente, el cortante último de diseño V_u es el menor de los dos valores que se han calculado previamente. En efecto, si el colapso ya ocurre por uno de los mecanismos de colapso, el otro ya no es posible.

$$V_u \leq [V_{uA}; V_{uB}] \quad (22)$$

3.7.2 Cortante resistido por el hormigón V_c y por el acero V_s

Si la columna está sometida a carga axial a compresión (N_u es positivo) [2].

$$V_c = 0.17 * \left(1 + \frac{N_u}{14 * A_g}\right) \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad (23)$$

$$V_c \leq 0.29 * \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{0.29 * N_u}{A_g}} \quad (24)$$

Donde λ es el parámetro para hormigones normales (igual a 1) o ligeros (usualmente igual a 0.75). Si la columna está a tensión $V_c = 0$.

Ahora se puede despejar V_s de la ecuación (18):

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c \quad (25)$$

Por otro lado,

$$V_s = A_v * f_y * \frac{d}{s} \quad (26)$$

Donde A_v es el área y, s es el espaciamiento del acero transversal, f_{yt} es el esfuerzo de fluencia del acero transversal.

Por lo tanto,

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_u - \phi V_c}{\phi * f_y * d} \quad (27)$$

Esta última cantidad debe además cumplir [2],

$$\frac{A_v}{s} \geq \max \left[0.062 * \sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}}; \frac{0.35 * b_w}{f_{yt}} \right] \quad (28)$$

Finalmente [2],

$$V_u \leq \phi * V_{m\acute{a}x} \quad (29)$$

$$V_{m\acute{a}x} = V_c + 0.66 * \sqrt{f'_c} * b_w * d \quad (30)$$

4. Ejemplo de cálculo

Se desea diseñar las columnas A1 para la siguiente estructura de 3 pisos que tiene las siguientes características:

- Altura de la Planta Baja: 3.06 m Altura de Piso General: 2.7 m

Geometría general: vista en planta y elevación y, descripción

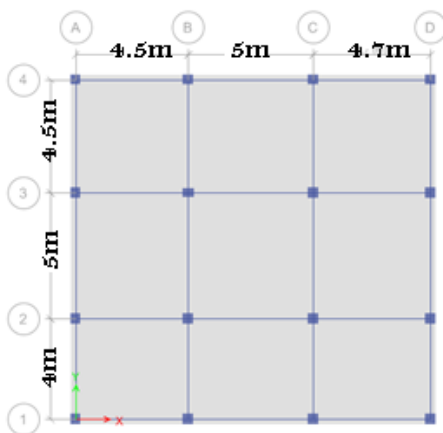


Figura 3: Vista en Planta de la Estructura

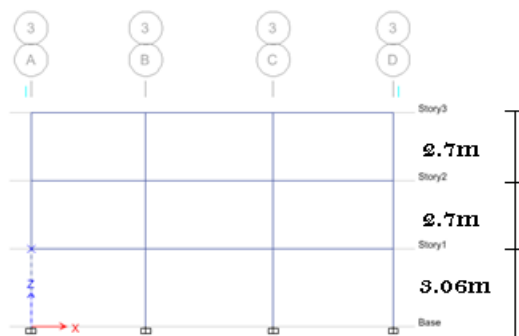


Figura 4: Vista en Planta de la Estructura

Geometría específica:**Tabla 1:** Resumen de Materiales

| Materiales | | |
|------------|------|--------------------|
| f'c | 210 | kg/cm ² |
| fy | 4200 | kg/cm ² |

Tabla 2: Sección Columnas

| Piso | Sección de Columnas | |
|------|---------------------|----|
| 1 | 40x40 | cm |
| 2 | 40x40 | cm |
| 3 | 40x40 | cm |

Tabla 3: Sección Vigas

| Piso | Sección de Vigas | |
|------|------------------|----|
| 1 | 30x35 | cm |
| 2 | 30x40 | cm |
| 3 | 30x40 | cm |

4.1 Prediseño de la columna:

Según la el análisis de cargas realizado en Etabs 2015 para la estructura presenta los siguientes resultados para la columna A1:

Tabla 4. Prediseño de la Columna

| | | |
|--|---|--|
| Datos: PD = 50 ton , PL = 40 ton | $Ag = \text{factor} * Pu$ | Si b = h entonces |
| $Pu = [1.2 * (50) + 1.6 * (40)][T]$ $= 124 \text{ Ton}$ | $Ag = 12 * (124)[T]$ $= 1488 \text{ cm}^2$ | $b = 38.57$ $\approx 40 \text{ cm}$ Columna = 40 x 40 cm |
| Se usa la cuantía mínima recomendada por el ACI 318-14 Rhog= 1%: | | |

| | | |
|---|---|---|
| $Asl = \rho_{g \min} * b * h$ | As(Definitivo): | Armado: |
| $Asl = 0.01 * 40 * 40 = 16 \text{ cm}^2$ | $As = 17.09 \text{ cm}^2$ | <ul style="list-style-type: none">• 4 ϕ 16 mm○ 8 ϕ 12 mm |
| Estribo de asumido: | Distancia entre estribos: | |
| <ul style="list-style-type: none">• ϕ 10 mm | $h_x = 40 - (4 + 1)*2 = 30 \text{ cm}$ $h_x = 300 \text{ mm}$ | |
| Espaciamiento Acero Transversal: $s \leq \left[\frac{b_{col}}{4}; 6 * d_{long}; s_0 = 100 + \left(\frac{350-h_x}{3} \right); 150 \right]$ | | |
| $s \leq [10 \text{ cm} ; 7.2 \text{ cm} ; s_0 = 116.667mm]$ $s = 7.2cm = 7.5cm$ | $s \leq \left[\frac{40}{4}; 6 * 1.2; s_0 = 100 + \left(\frac{350 - 300}{3} \right); s_0 \leq 150 , s_0 > 100 \right]$ | |
| Área Acero Transversal: $A_{sh} \geq \left[A_{sh1} = 0.3 * s * b_c * \frac{f'_c}{f_{yt}} \left[\left(\frac{A_g}{A_{ch}} \right) - 1 \right]; A_{sh2} = 0.09 * s * b_c * \frac{f'_c}{f_{yt}} \right]$ | | |
| $A_{sh} \geq [A_{sh1} = 1.95cm; A_{sh2} = 1.35cm]$ | $A_{sh} \geq \left[A_{sh1} = 0.3 * 7.5 * 40 * \frac{210}{4200} \left[\left(\frac{1600}{300} \right) - 1 \right]; \right.$ $A_{sh2} = \left[0.09 * 7.5 * 40 * \frac{210}{4200} \right]$ | |

4.2 Análisis 3D y control de la deriva

Análisis Sismo en X

Tabla 5: Desplazamiento Sismo X

| Story Response SISMO X | | | | |
|------------------------|-----------|----------|-------------|-------------|
| Story | Elevation | Location | X-Dir | Y-Dir |
| | m | | mm | mm |
| Story3 | 8,46 | Top | 27.93366772 | 0.449982888 |
| Story2 | 5,76 | Top | 23.13228617 | 0.345164369 |
| Story1 | 3,06 | Top | 14.25608927 | 0.186344102 |
| Base | 0 | Top | 0 | 0 |

Tabla 6: Control de la deriva Sismo X

| | |
|---|--|
| $\Delta_{inelástico} = 0.75 * R$ $* \Delta_{elástico}$ | $\delta = \frac{\Delta_{inelástico2} - \Delta_{inelástico1}}{H}$ |
| <p>Tercer Piso Sismo X:</p> $\Delta_{inelástico2} = 0.75 * 8$ $* 0.02793$ $\Delta_{inelástico2} = 0.1675$ | $\delta = \frac{0.1675}{8.46} = 0.019799 < 0.02$ |
| <p>Segundo Piso Sismo X:</p> $\Delta_{inelástico1} = 0.75 * 8$ $* 0.02313$ $\Delta_{inelástico1} = 0.1387$ | $\delta = \frac{0.1675 - 0.1387}{2.7} = 0.010667$ < 0.02 |
| <p>Primer Piso Sismo X</p> $\Delta_{inelástico1} = 0.75 * 8$ $* 0.014256$ $\Delta_{inelástico1} = 0.085536$ | $\delta = \frac{0.1387 - 0.085536}{2.7} = 0.01969$ < 0.02 |

Análisis Sismo en Y

Tabla 7: Desplazamiento Sismo Y

| TABLE: Story Response SISMO Y | | | | |
|-------------------------------|-----------|----------|-------------|-------------|
| Story | Elevation | Location | X-Dir | Y-Dir |
| | m | | mm | mm |
| Story3 | 8,46 | Top | 0.174188474 | 28.09929554 |
| Story2 | 5,76 | Top | 0.133614503 | 22.25981871 |
| Story1 | 3,06 | Top | 0.073813311 | 13.88091293 |
| Base | 0 | Top | 0 | 0 |

Tabla 8: Control de la deriva Sismo Y

| | |
|---|--|
| $\Delta_{inelástico} = 0.75 * R$ $* \Delta_{elástico}$ | $\delta = \frac{\Delta_{inelástico2} - \Delta_{inelástico1}}{H}$ |
| Tercer Piso Sismo Y: $\Delta_{inelástico2} = 0.75 * 8$ $* 0.028099$ $\Delta_{inelástico2} = 0.168594$ | $\delta = \frac{0.168594}{8.46} = 0.019928 < 0.02$ |
| Segundo Piso Sismo Y: $\Delta_{inelástico1} = 0.75 * 8$ $* 0.0222598$ $\Delta_{inelástico1} = 0.133559$ | $\delta = \frac{0.16859 - 0.13355}{2.7} = 0.012976$ < 0.02 |
| Primer Piso Sismo Y: $\Delta_{inelástico1} = 0.75 * 8$ $* 0.0138809$ $\Delta_{inelástico1} = 0.083285$ | $\delta = \frac{0.13355 - 0.083285}{2.7} = 0.01862$ < 0.02 |

4.3 Efectos P-Δ (global) y P-δ (local)

Tabla 9: Efectos P-Δ (global) y P-δ (local)

| | | |
|---|---|--|
| Datos: $P_u = 39.88$ ton | $M_{ux} = 1.31$ ton-m | $M_{uy} = -11.70$ ton-m |
| $CM = 0.6 + 0.4 \frac{Ma}{Mb}$ | $ M_b > M_a $ | $P = 1.3D + 1.0L$ |
| $CM = 0.6 + 0.4 * \left(\frac{3.68}{-11.70} \right)$ $= 0.474$ > 0.4 | $ -11.70 > 3.68 $ | P $= 1.3(27,84)$ $+ 1.0(4.85)$ $P = 41.05$ |
| $\beta_{ns} = \frac{P}{P_u}$ | $EI = \frac{0.4 * E_c * I_g}{1 + \beta_{ns}}$ | $P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl)^2}$ |
| $\beta_{ns} = \frac{41.05}{39.88} = 1.03$ | EI $= \frac{0.4 * 1875000 * \left(\frac{0.4^4}{12} \right)}{1 + 1.03}$ $EI = 788.18 \text{ Ton} - m^2$ | P_c $= \frac{\pi^2 1875000 * \left(\frac{0.4^4}{12} \right)}{(1 * 3.06)^2}$ $P_c = 830.8 \text{ Ton}$ |
| $\delta_{ns} = \frac{CM}{1 - \frac{P_u}{0.75 * P_c}}$ $= 0.51$ | $\delta_{ns} = \frac{0.474}{1 - \frac{39.88}{0.75 * 830.8}}$ $= 0.51$ | $0.51 \geq 1.0$ Por tanto no existe desplazamiento Interno $\delta_{ns} = 1$ |

4.4 Diseño por flexo-compresión

Tabla 10: Diseño por Flexo-compresión

| | | |
|---|--|---|
| Datos: $P_u = 39.88 \text{ ton}$ | $M_{ux} = 1.31 \text{ ton-m}$ | $M_{uy} = -11.70 \text{ ton-m}$ |
| $P_o = 0.85 * f'c * (b * h - A_{sl}) + f_y * A_{sl}$ | $M_{nx} = \frac{1.31}{0.65}$ $M_{nx} = 2.015 T - m$ | $M_{ny} = \frac{11.70}{0.65}$ $M_{ny} = 18 T - m$ |
| $P_o = 0.85 * 210 * (40^2 - 17.09) + 4200 * 17.09$ $P_o = 354.5 \text{ Ton}$ | $\frac{M_{nx}}{h * A_g} = \frac{2.015 * 10^5}{40 * 40^2}$ $\frac{M_{nx}}{h * A_g} = 3.15$ | $\frac{M_{ny}}{b * A_g} = \frac{18 * 10^5}{40 * 40^2}$ $\frac{M_{ny}}{b * A_g} = 28.125$ |
| $\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_{nxo}} + \frac{1}{P_{nyo}} - \frac{1}{P_o}$ | $\frac{P_{nxo}}{A_g} = 213.3 \frac{kg}{cm^2}$ | $\frac{P_{nyo}}{A_g} = 129.0 \frac{kg}{cm^2}$ |
| $\frac{1}{P_n} = \frac{1}{341} + \frac{1}{206.4} - \frac{1}{354.5}$ | $P_{nxo} = 213.3 * 40^2$ $P_{nxo} = 341280 \text{ kg}$ $P_{nxo} = 341 \text{ Ton}$ | $P_{nyo} = 129.0 * 40^2$ $P_{nyo} = 206400 \text{ kg}$ $P_{nyo} = 206.4 \text{ Ton}$ |
| $P_n = 201.92 \text{ Ton}$ | $P_u = \phi P_n$ | $P_u = 0.65 * 201.92$ $P_u = 131.3 \text{ Ton}$ |

4.5 Diseño por capacidad

Tabla 11: Combinaciones de Carga Columna A1

| Load Case/Combo | Station | P |
|-----------------|---------|----------|
| | m | tonf |
| DCon3 Max | 0 | -78.4549 |
| DCon3 Max | 2.66 | -77.1271 |
| DCon3 Min | 0 | -78.5672 |
| DCon3 Min | 2.66 | -77.2393 |
| DCon4 Max | 0 | -75.2676 |
| DCon4 Max | 2.66 | -73.9397 |
| DCon4 Min | 0 | -75.3799 |
| DCon4 Min | 2.66 | -74.052 |
| DCon7 Max | 0 | -42.5974 |
| DCon7 Max | 2.66 | -41.7802 |
| DCon7 Min | 0 | -42.7096 |
| DCon7 Min | 2.66 | -41.8925 |
| DCon8 Max | 0 | -39.41 |
| DCon8 Max | 2.66 | -38.5929 |
| DCon8 Min | 0 | -39.5223 |
| DCon8 Min | 2.66 | -38.7051 |

$$P_u = -77.23 \text{ Ton} = -77230 \text{ kg}$$

$$\frac{P_u}{A_g} = \frac{77230}{40 * 40} = 48.48 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

En Diagrama de Bresler:

$$\frac{M_n}{h * A_g} = 32.24$$

$$M_{sup} = \frac{M_n}{h * A_g} * b * h^2$$

$$M_{sup} = 32.34 * 40 * 40^2 = 2063360 \text{ Kg} - \text{cm} = 20.63 \text{ Ton} - \text{m}$$

Tabla 12: Momentos Cabeza y Pie de Columna

| | Fuerzas | Pu/Ag | M/h*Ag | M Ton-m | |
|--------|---------|-------|--------|---------|-------|
| Cabeza | -77.24 | 48.28 | 32.24 | 20.63 | 20.63 |
| | -38.59 | 24.12 | 28.05 | 17.95 | |
| Pie | -78.57 | 49.11 | 32.4 | 20.74 | 20.74 |

| | | | | | |
|--|--------|-------|-------|-------|--|
| | -39.41 | 24.63 | 28.05 | 17.95 | |
|--|--------|-------|-------|-------|--|

| | | |
|---|---|--|
| H $= 3.06\text{ m}$ $- 0.40\text{m}(\text{ancho losa})$ $H = 2.66\text{m}$ | V_{uA} $= \frac{M_{inf} + M_{sup}}{H}$ | $= \frac{V_{uA}}{2.66}$ $V_{uA} = 15.55\text{ Ton}$ |
|---|---|--|

Viga 30x40

$$d = 40 - 4 - 1 - \left(\frac{16}{2}\right) = 34.2\text{ cm}$$
$$M = A_s * 1.25 * f_y * \left(d - \frac{A_s * 1.25 * f_y}{2 * 0.85 * f'_c * b}\right)$$

$$M_{izq}(-) = 10.05 * 1.25 * 4200 * \left(34.2 - \frac{10.05 * 1.25 * 4200}{2 * 0.85 * 210 * 30}\right)$$
$$= 1544544.59\text{ kg} - \text{cm}$$

$$M_{izq}(-) = 15.45\text{ Ton} - \text{m}$$

Tabla 13: Momento Izquierdo y Derecho

| | AS cm² | M Ton-m |
|---------|--------|---------|
| M IZQ - | 10.05 | 15.45 |
| M DER + | 6.03 | 9.89 |
| M IZQ + | 6.03 | 9.89 |
| M DER - | 10.05 | 15.45 |

| | | |
|---|--|--|
| H $= \frac{3.06\text{ m} + 2.70\text{m}}{2}$ $H = 2.88\text{m}$ | $V_{uB} = \frac{M_{izq} + M_{der}}{H}$ | $= \frac{V_{uB}}{2.88}$ $V_{uB} = 8.8\text{ Ton}$ |
|---|--|--|

| | | |
|--|---|---|
| $V_u \leq [V_u; V_{uB}]$ | $V_u \leq [15.55; 8.8]$ | $V_u = 8800 \text{ kg}$ $V_u = 8.8 \text{ Ton}$ |
| $V_c = 0.17 * \left(1 + \frac{N_u}{14 * A_g}\right) \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$ | $V_c = 0.53 * \left(1 + \frac{78570}{140 * 40^2}\right) \lambda \sqrt{210} * 30 * 34.2$ | $V_c = 10664.2 \text{ kg}$ $V_c = 10.64 \text{ Ton}$ |
| $V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c$ | $V_s = \frac{8.8}{0.6} - 10.64$ | $V_s = 4.03 \text{ Ton}$ $V_s = 4026.6 \text{ kg}$ |

Columna 40x40:

$$d = 40 - 4 - 1 - \left(\frac{16}{2}\right) = 34.2 \text{ cm}$$

$$V_s = A_v * f_y * \frac{d}{s}$$

$$4026.66 = A_v * 4200 * \frac{34.2}{7.5}$$

Por lo tanto

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_u - \phi V_c}{\phi * f_y * d}$$

$$\frac{A_v}{7.5} = \frac{8800 - 0.6 * 10664.2}{0.6 * 4200 * 34.2}$$

$$A_v = 0.21024 \text{ cm}^2$$

Esta última cantidad debe además cumplir,

| | | |
|---|--|--|
| $\frac{A_v}{s}$ $\geq \max \left[0.062 \right.$ $\left. * \sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}}; \frac{0.35 * b_w}{f_{yt}} \right]$ | $\frac{0.21024}{7.5} \geq \max \left[0.062 \right.$ $\left. * \sqrt{210} \frac{40}{4200}; \frac{0.35 * 40}{4200} \right]$ $0.028 \geq \max [0.00856; 0.00333] \text{ OK}$ | $V_u \leq \phi * V_{m\acute{a}x}$ |
| $V_{m\acute{a}x} = V_c + 0.66 * \sqrt{f'_c} * b_w$ $* d$ | $V_{m\acute{a}x} = 10664.2 + 0.66 * \sqrt{210} * 40$ $* 34.2$ | $V_{m\acute{a}x}$ $= 23748.2 \text{ kg}$ |
| $8800 \text{ kg} \leq 0.6 * 23748.2 \text{ kg}$ | $8800 \text{ kg} \leq 14248.9 \text{ kg}$ | OK |

La columna se ha diseñado cumpliendo todos los parámetros descritos y por lo tanto podemos garantizar que cumpla su función estructural.

5. Conclusiones

Se presenta una metodología que usa el tradicional método de fuerzas elástico, junto con una serie de controles indirectos de daño, para el diseño de columnas en zonas sísmicas.

Luego de realizar un prediseño tradicional, se adiciona un control de desplazamientos, que usualmente es el que controla las dimensiones de las columnas.

Es necesario, además, tomar en cuenta aumentos en los momentos debidos a efectos de segundo orden. Los efectos globales usualmente se consideran directamente a través de una matriz de rigidez geométrica. Los efectos locales a través de otro factor de mayoración.

El control del comportamiento a carga axial combinada con flexión sigue lineamientos tradicionales, usándose en este caso el método de Bresler.

Finalmente, la armadura transversal se calcula por capacidad considerando dos mecanismos de colapso: por formación de rótulas plásticas directamente en la columna y/o en las vigas adyacentes.

Referencias

- [1] E. L. Wilson, Static and Dynamic Analysis of Structures, A Physical Approach with Emphasis on Earthquake Engineering, Fourth Edition, CSI, 2004.
- [2] ACI Comité 318, Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-14), American Concrete Institute, USA, segunda impresión, enero de 2015.
- [3] NEC-15, NEC-SE-CG, Norma Ecuatoriana de la Construcción – Seguridad Estructural – Cargas (no sísmicas), Norma Ecuatoriana de la Construcción, diciembre 2014.
- [4] NEC-15, NEC-SE-DS, Norma Ecuatoriana de la Construcción – Seguridad Estructural – Diseño Sismo Resistente, Norma Ecuatoriana de la Construcción, diciembre 2014.
- [5] NEC-15, NEC-SE-HM, Norma Ecuatoriana de la Construcción – Seguridad Estructural – Estructuras de Hormigón Armado, Norma Ecuatoriana de la Construcción, diciembre 2014.
- [6] A. H. Nilson, Diseño de Estructuras de Concreto, Duodécima edición, McGraw-Hill, 1999.
- [7] K. Maekawa, A. Pimanmas, H. Okamura, Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete, Spon Press, 2004.
- [8] F. Naeim, The seismic design handbook, Second Edition, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [9] E. Allen, J. Iano, Fundamentals of building construction, Materials and methods, Fifth Edition, Wiley, 2009.
- [10] E. Hernández, L. M. Gil, Hormigón armado y pretensado, Segunda edición, Ibergarceta Publicaciones, S.L., Madrid, 2014.